

**QUESITI 6-10 (ordinamento)**

6. Calcoliamo le derivate delle funzioni date; considerando i logaritmi in base  $e$ , si ha:

$$f(x) = 3 \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{x};$$

$$f(x) = \ln(2x)^3 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{(2x)^3} 6x^2 = \frac{3}{x}.$$

Le due derivate sono uguali e quindi esse devono differire per una costante additiva.

Infatti, per le proprietà dei logaritmi, la seconda funzione (per  $x > 0$ ) può scriversi;

$$f(x) = \ln(2x)^3 \Rightarrow f(x) = 3 \ln(2x) = 3 \ln 2 + 3 \ln x.$$

7. Dati due lati e l'angolo compreso, l'area del triangolo può scriversi:  $S(\delta) = \frac{1}{2} ab \sin \delta$ . L'area sarà massima per il valore massimo assunto da  $\sin \delta$ , cioè per  $\delta = 90^\circ$  e quindi quando il triangolo è rettangolo.

Allo stesso valore si giungeva utilizzando le derivate; infatti  $S(\delta) = \frac{1}{2} ab \sin \delta \Rightarrow S'(\delta) = \frac{1}{2} ab \cos \delta$  che si annulla per  $\delta = 90^\circ$  e dalla crescita e decrescita della derivata prima si vede che tale valore è effettivamente di massimo relativo.

8. I gradi sessagesimali si ottengono dividendo l'angolo giro in 360 parti uguali. I gradi centesimali si ottengono dividendo l'angolo giro in 400 parti uguali. Il radiante è un arco di lunghezza uguale al raggio della circonferenza alla quale appartiene detto arco

9. L'integrale definito  $\int_0^1 \arcsin x \, dx$  va calcolato per parti. Si avrà:

$$\int_0^1 \arcsin x \, dx = \int_0^1 1 \cdot \arcsin x \, dx = \left[ x \arcsin x - \int x \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \right]_0^1 = \left[ x \arcsin x - (-1) \int d\sqrt{1-x^2} \right]_0^1$$

$$\text{e quindi } \int_0^1 \arcsin x \, dx = \left[ x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} \right]_0^1 = 1 \cdot \frac{\pi}{2} + 0 - (0 + 1) = \frac{\pi}{2} - 1$$

10. Si ricordi la definizione di funzione: "Dati due insiemi non vuoti  $A$  e  $B$ , si chiama **funzione** (o applicazione univoca) di  $A$  in  $B$  una qualsiasi legge che associa, ad ogni elemento  $x$  di  $A$ , uno ed un solo elemento  $y$  di  $B$ ".

Dati quindi gli insiemi  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $B = \{a, b, c\}$ , le funzioni da  $A$  in  $B$  sono in numero uguale alle disposizioni con ripetizione di 3 oggetti  $\{a, b, c\}$  di classe 4  $\{1, 2, 3, 4\}$ , cioè  $D'_{3,4} = 3^4 = 81$ .