QUESTIONARIO 1-5

Quesito 1

La media aritmetica di due numeri a, b è data da: $M = \frac{a+b}{2}$ e la media geometrica $M' = \sqrt{a \cdot b}$. La media aritmetica di due numeri positivi è sempre maggiore della media geometrica (uguale se i numeri sono uguali). Infatti: $\frac{a+b}{2} > \sqrt{a \cdot b} \Rightarrow (a+b)^2 > 4ab \Rightarrow (a-b)^2 > 0$ e questo è sempre vero per $a \neq b$.

Dati $a_1, a_2, a_3..a_n$ numeri positivi si ha, con le solite notazioni, $M = \frac{a_1 + a_2 + ...a_n}{n}$ e $M' = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n}$.

Quesito 2

L'evento contrario di "almeno una volta con quattro lanci" è "mai con quattro lanci". La probabilità di ottenere 1 è $\frac{1}{6}$, di non ottenerlo è $\frac{5}{6} \Rightarrow$" la probabilità di ottenere almeno una volta 1 con 4 lanci" è $P_1 = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \cong 0{,}5177$. Analogamente, poiché la probabilità di ottenere un doppio 1 è $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$, di non ottenerlo è $\frac{35}{36} \Rightarrow$ la "probabilità di ottenere almeno una volta un doppio 1 con 24 lanci di due dadi" è: $P_2 = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \cong 0{,}4914$. Ne segue che $P_1 > P_2$.

Quesito 3

La probabilità di indovinare un segno nella schedina è $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$ quello di non indovinarlo. Si ha allora, poiché il risultato sbagliato può riguardare una qualunque delle tredici partite, che:

$P = \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot 13 \cong \left(1{,}8817 \cdot 10^{-6}\right) \cdot \left(6{,}6667 \cdot 10^{-1}\right) \cdot 13 \cong 1{,}6308 \cdot 10^{-5}$.

Quesito 4

Si avrà che: $\lim_{n \to +\infty} \frac{3^n}{n!} < \lim_{n \to +\infty} \frac{3^n}{n^n} = \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{3}{n}\right)^n = 0$, per cui la successione data converge a zero.

Quesito 5

Una funzione si dice periodica di periodo T ≠0 se $\forall x \in D(f) \Rightarrow f(x) = f(x+T)$.

Per determinare allora il (minimo) periodo della funzione $f(x) = -\sin \frac{\pi x}{3}$, deve risultare:

$-\sin\frac{\pi x}{3} = -\sin\frac{\pi(x+T)}{3} = -\sin\frac{\pi x + \pi T}{3}$ e

quindi $\frac{\pi x}{3} + \frac{\pi T}{3} = \frac{\pi x}{3} + 2k\pi \Rightarrow T = \frac{6k\pi}{\pi} = 6k \Rightarrow T = 6$ per k=1.

Analogamente per $f(x) = \sin 2x$ si trova $2(x+T) = 2x + 2k\pi \Rightarrow 2T = 2k\pi \Rightarrow T = \pi$, avendo ancora una volta posto k=1 per trovare il minimo periodo.